

(L.04)

T.L L to d from P_1

$$d: X^2 + y^2 + 2fX + 2gy + C = 0$$

$$L^2 = \overline{OP_1}^2 - R^2$$

$$= (X_1 + f)^2 + (y_1 + g)^2 - f^2 - g^2 + C$$

$$= X_1^2 + y_1^2 + 2fX_1 + 2gy_1 + C$$



$$* L^2 = 0 \Rightarrow P_1 \text{ on } d$$

$$* L^2 < 0 \Rightarrow P_1 \text{ inside } d$$

$$* L^2 > 0 \Rightarrow P_1 \text{ outside } d$$

تقاطع على التماس

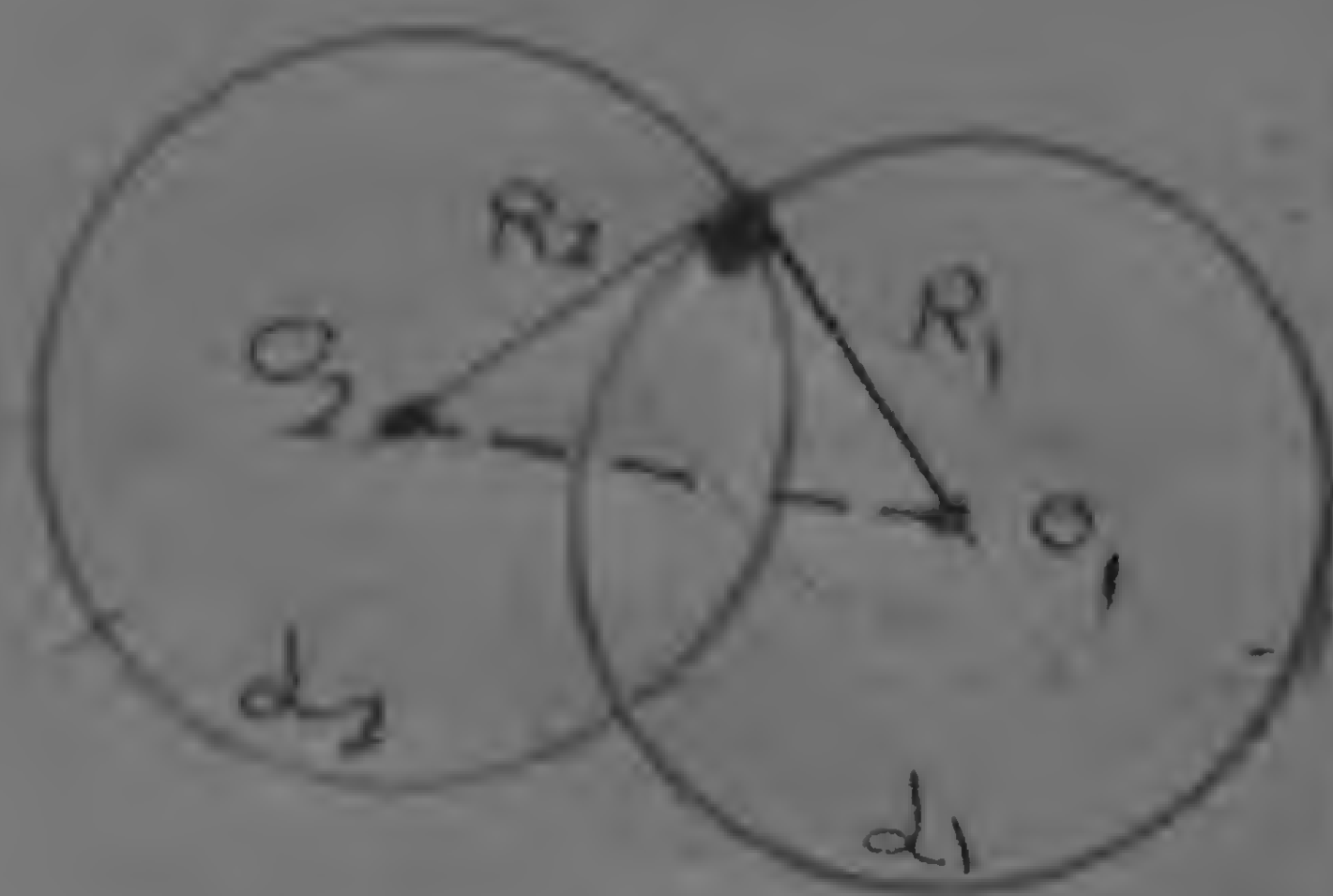
Condition For two circle d_1, d_2 to be intersecting orthogonally

$$d_1: X^2 + y^2 + 2f_1X + 2g_1y + C_1 = 0$$

$$d_2: X^2 + y^2 + 2f_2X + 2g_2y + C_2 = 0$$

$$\overline{O_1O_2}^2 = R_1^2 + R_2^2$$

$$(f_1 - f_2)^2 + (g_1 - g_2)^2 = f_1^2 + g_1^2 - C_1 + f_2^2 + g_2^2 - C_2$$



$(-f, -g)$

$$f_1f_2 + g_1g_2 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2) \Rightarrow \text{شروط التقاطع على التماس}$$

Radical axis of two circles ::

$$L_1^2 = L_2^2$$

$$x^2 + y^2 + 2f_1x + 2g_1y + c_1$$

$$= x^2 + y^2 + 2f_2x + 2g_2y + c_2$$

$$2x(f_1 - f_2) + 2y(g_1 - g_2) + (c_1 - c_2)$$



NOTES:

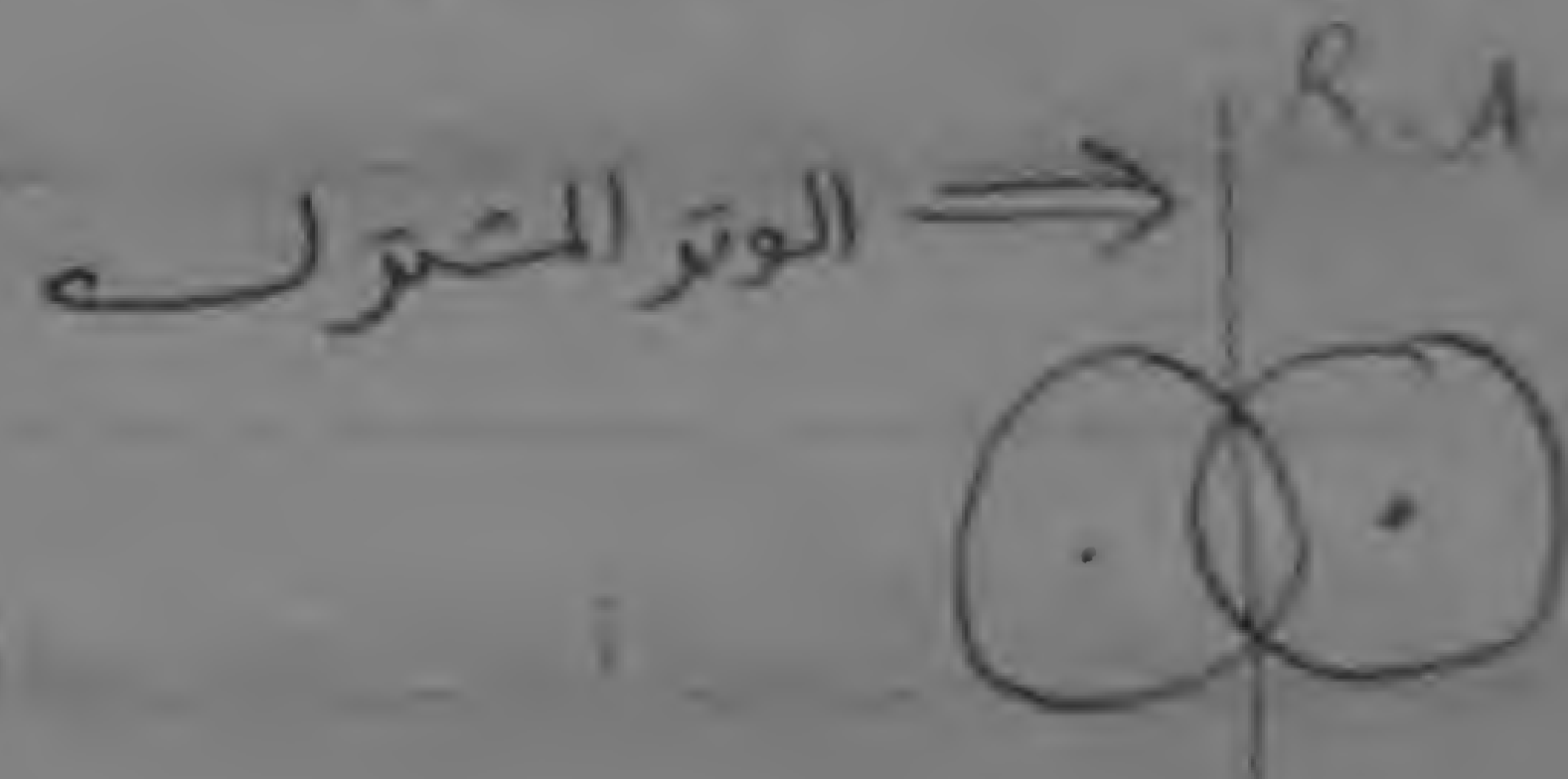
[1] $R.A = d_1 - d_2$

$\Rightarrow (d_2, d_1)$ لازم نطلي معاملات x^2, y^2

ياوي !

[2] If d_1, d_2 متقاطعتان

Then R.A is Common الوتر المشترك



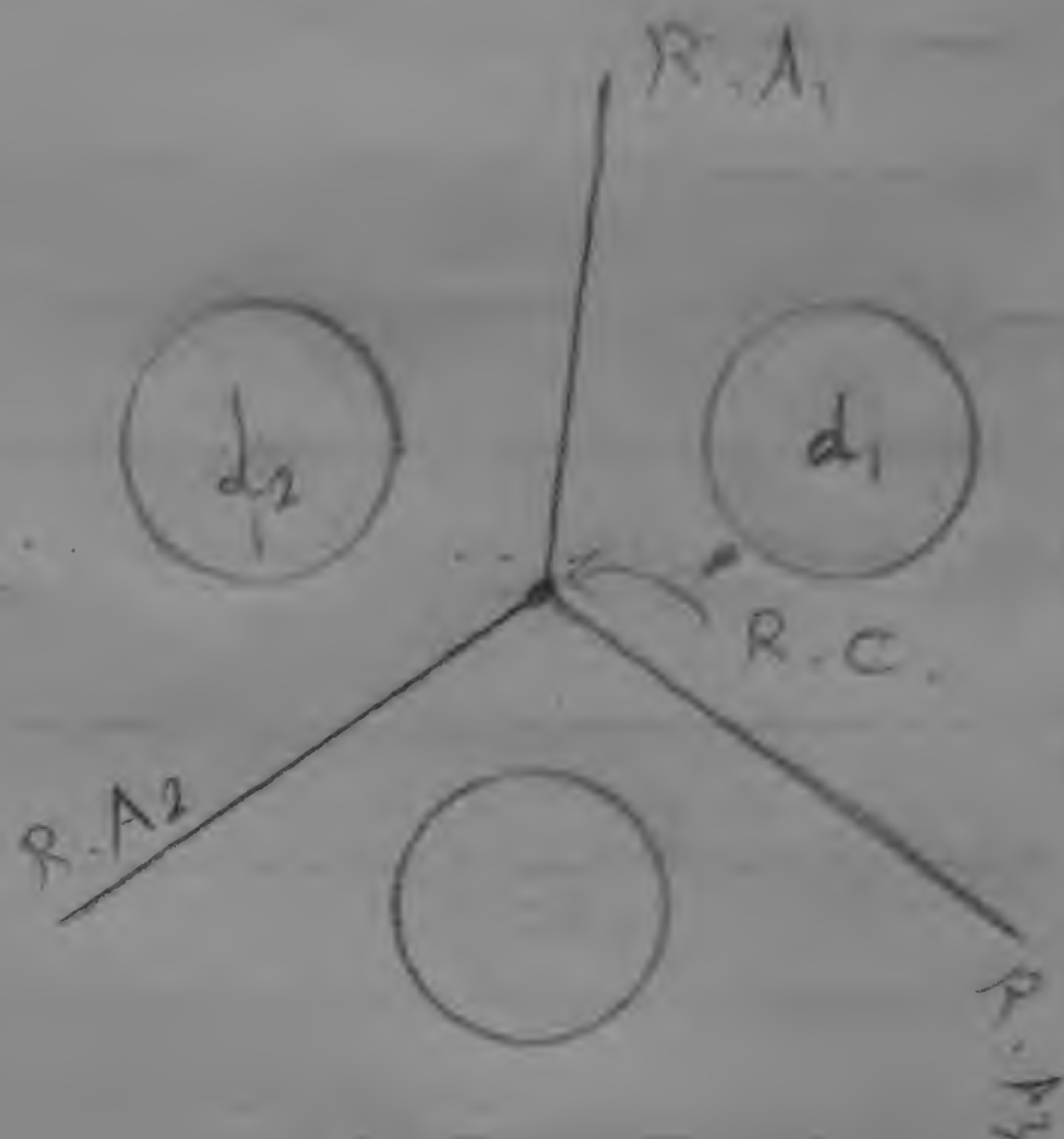
[3] لو كانت الدوائر متماثلة من الداخل أو الخارج

Then R.A is Common Tangent

الطمان المشترك

Radical centres R.C For 3 circles:-

given d_1, d_2, d_3



Family of circle With Common axis:-

a) The centres on X-axis

$$x^2 + y^2 + 2Fx + C = 0, C = \text{constant}$$

$$\text{Centres at } (-F, 0) \Rightarrow R = \sqrt{F^2 - C}$$

$$\text{R.A. of This Family: } 2(F_1 - F_2)X = 0 \Rightarrow \boxed{X = 0}$$

اذا كانت المراكز على محور X \Leftarrow المحور الأيسر لها يقع على محور Y

$$\text{Let } X=0 \Rightarrow -y^2 = -C \Rightarrow y = \pm\sqrt{-C}$$

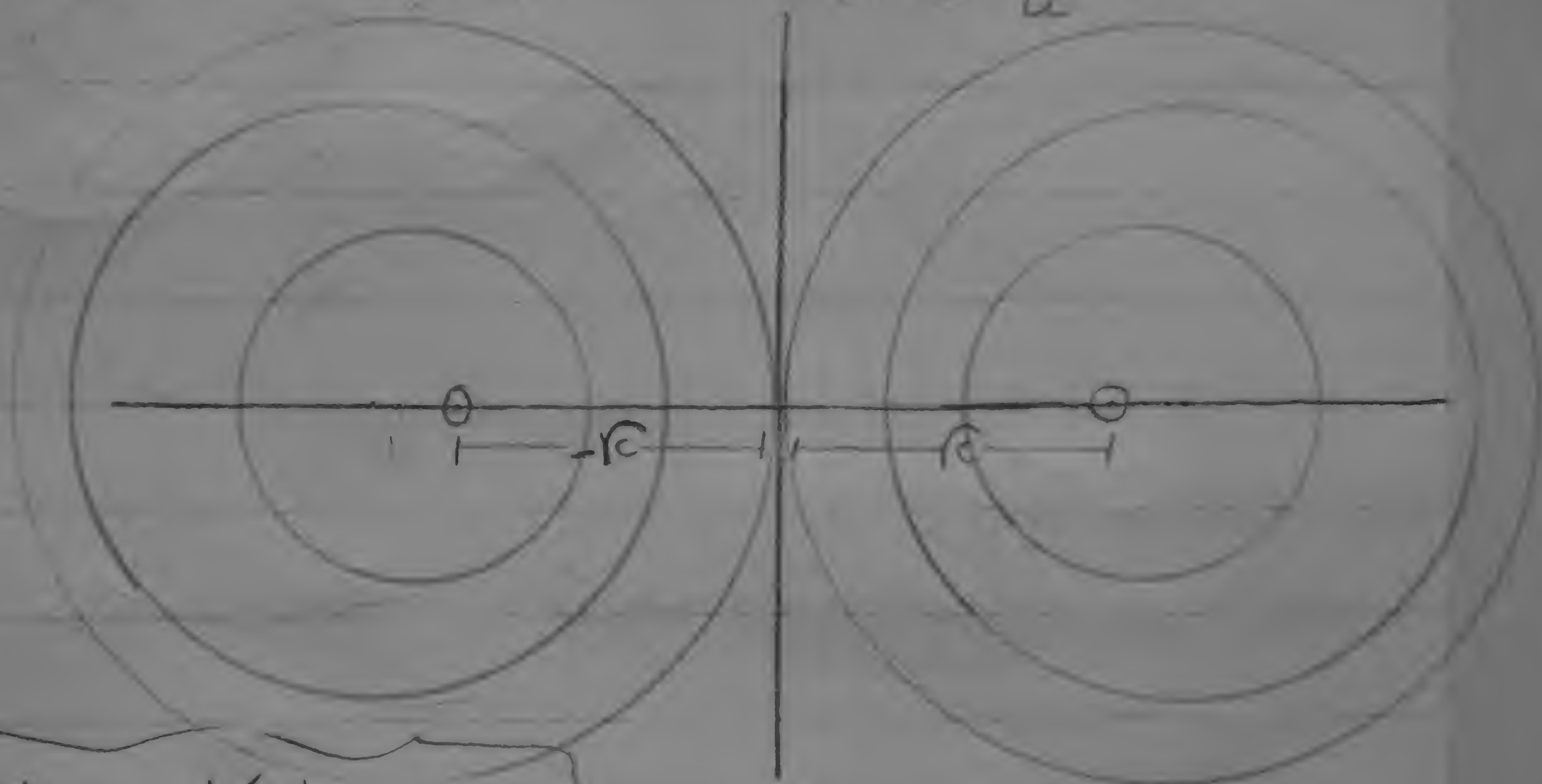
The Family intersect y -axis at pts $(0, \pm\sqrt{-C})$

$$(1) \text{ IF } C > 0, \Rightarrow$$

لا يمكن أن تتقاطع في محور الصادات

Then (not intersect circles).

تقاطع فيما بينها



دول كلهم دوائر غير متقاطعة

□ □

غير متحدة المركز

∃ Two limit pts

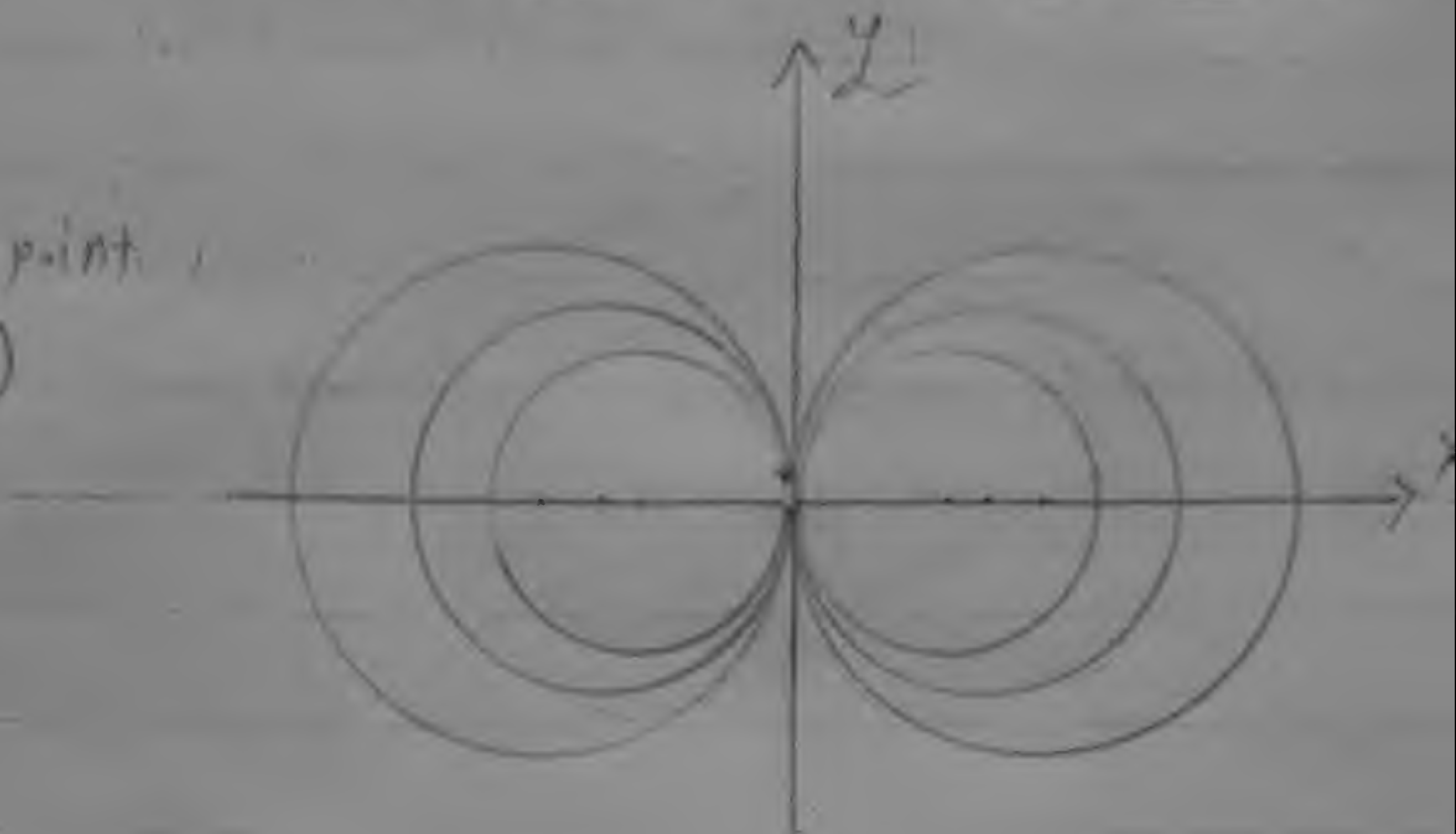
$$R^2 = F^2 - C = 0 \Rightarrow F = \pm\sqrt{C}$$

Limit Pt: هي عنصر من عناصر المجموعة (انز)

هو كواحد النقطه تتقابل محور X, $R=0$

2] If $C = 0 \Rightarrow$ الدوائر تلمس بعضها البعض

There is one limit point
is $(0, 0)$

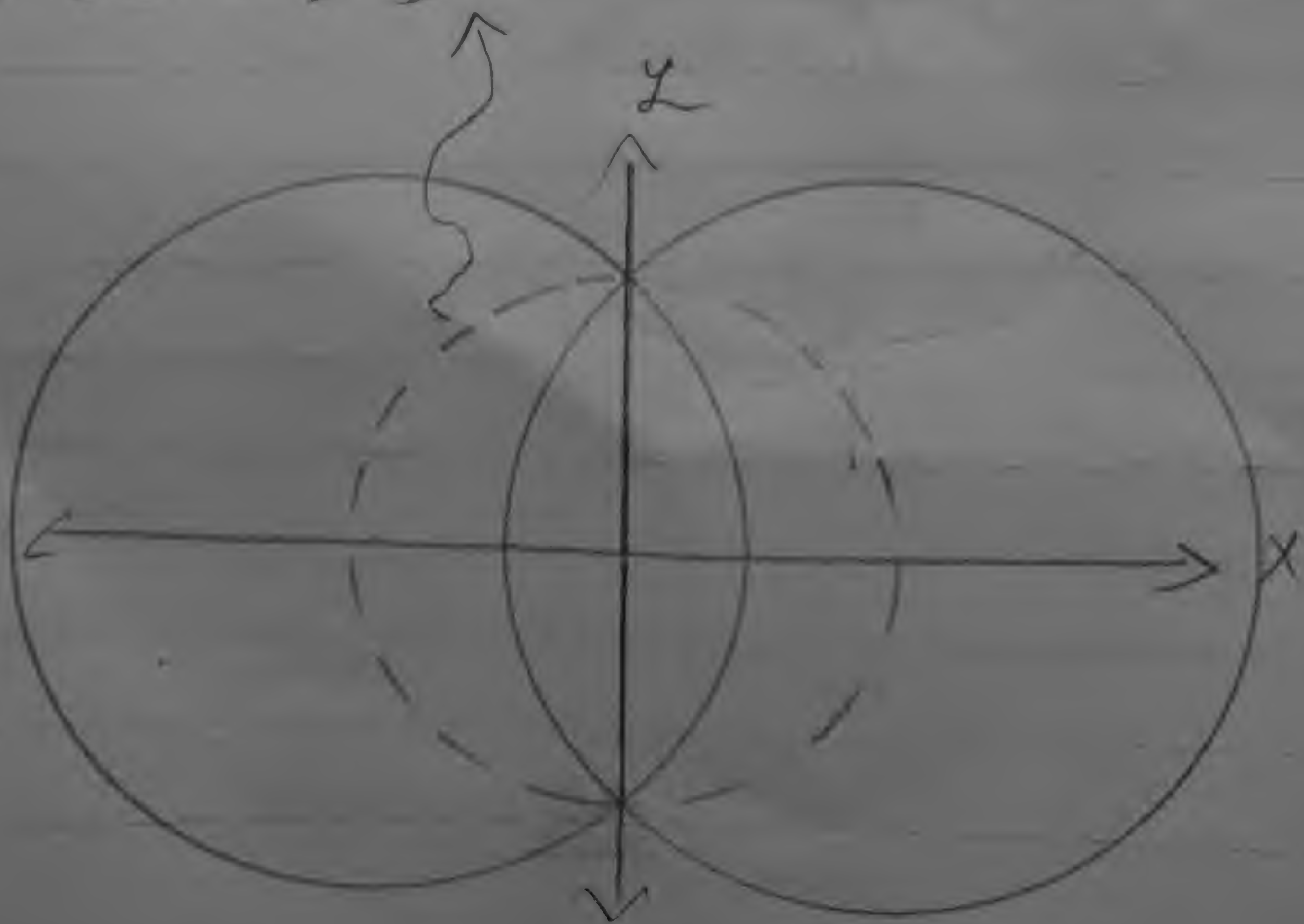


3] If $C < 0$

(Intersecting circles

) دوائر متقاطعة

أصغر دائرة من دوائر المجموعة



إذا علمت عناصر المجموعة متحدة المحاور
 نكتب الصورة العامة لمعادلة المجموعة كالآتي:

given d_1, d_2 of This Family

Then The eqn of The Family is given by

$$\boxed{d_1 + \lambda d_2 = 0}$$

$$R.A. = d_2 - d_1 = 0 \Rightarrow d_2 = R.A. + d_1$$

$$d_1(1 + \lambda) + \lambda R.A. = 0$$

$$\text{or } \boxed{d_1 + \mu R.A. = 0}$$

$$\mu = \frac{\lambda}{1 + \lambda}$$

EX: Find The circle Passing thr o and the
pts of inter section bet. the line

$$L: 3x + 2y + 4 = 0 \quad \& \quad d: x^2 + y^2 + 4x + 3y + 2 = 0$$

Soln

Any circle passing thr (1), (2) is:

$$d + \lambda L = 0$$

$$x^2 + y^2 + 4x + 3y + 2 + \lambda(3x + 2y + 4) = 0$$

$$0 + 0 + 0 + 0 + 2 + \lambda(0 + 0 + 4) = 0$$

$$4\lambda = -2$$

$$\lambda = -\frac{1}{2}$$

EX: Find the circle touches $d_1: x^2 + y^2 - 4y + 2 = 0$
at $P_1 (1, 3)$ and passing thr $P_2 (3, -1)$

Sol_Q

Any circle passing thr P_1, P_2 is given by

$$x^2 + y^2 - 4y + 2 + \lambda(x-1)^2 + (y-3)^2 = 0$$

$(3, -1)$ نفوض

$\lambda = 1$

